**第三讲：二元一次方程组相关应用及三元一次方程组**

**一、课程目标**

1.掌握列二元一次方程组解应用题的一般步骤

2.理解三元一次方程组的含义，及解三元一次方程组的一般方法

**二、课程内容**

**知识点一：列二元一次方程组解实际问题**

**1、 列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤：**

（1）审题：找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系．

（2）设元：找出题中的两个关键的未知量，并用字母表示出来．

（3）列方程组：挖掘题目中的关系，找出两个等量关系，列出方程组．

（4）解方程组：将方程组的解求出来。

（5）检验作答：检验所求解是否符合实际意义，并作答．

**2、 设元的方法：直接设元与间接设元．**

许多实际问题既可以用方程求解，也可以用方程组来求，方程组求解常比单独设一个未知数建立一元一次方程更容易表示相等关系，但解方程组稍微繁琐，这是它们各自的优缺点.

当问题较复杂时，有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数，即为间接设元．无论怎样设元，设几个未知数，就要列几个方程．

**注**：a.在“设”和“答”时，注意写清楚单位.

b.在列方程组时，要注意等号左、右两边单位的统一.；

c.在求得方程组的解后，不但要代入方程组中每一个方程进行检验，而且要判断结果是否符合实际。

**3、 二元一次方程（组）解应用题的类型有：**

（1）配套分配问题：加工成比例

（2）行程问题：相遇问题；追及问题；航行问题.（路程=速度×时间）

（3）工程问题：（①工作量=人均效率×人数×时间；②如果一件工作分几个阶段完成，那么各阶段的工作量的和=工作总量）；

（4）销售问题：（利润=售价﹣进价，利润率=利润进价×100%）；

（5）周长面积问题

（6）和差倍分问题

（7）其它问题:盈亏问题

**题型一 配套问题**

**例1** 某车间有56名工人，每人每天能生产螺栓16个或螺母24个，设有名工人生产螺 栓，名工人生产螺母，每天生产的螺栓和螺母按1：2配套，下面所列方程组正确的是（　　）

A． B．

C． D．

【思路分析】此题中的等量关系有：①生产螺栓人数+生产螺母人数=56人；②每天生产的螺栓和螺母按1：2配套，那么螺栓要想与螺母的数量配套，则螺栓数量的2倍=螺母数量．

【解】解：根据生产螺栓人数+生产螺母人数=56人，得方程；

根据螺栓数量的2倍=螺母数量，得方程．

列方程组为

故选A．

【总结提示】本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，难点在于理解第二个等量关系：若要保证配套，则生产的螺母的数量是生产的螺栓数量的2倍，所以列方程的时候，应是螺栓数量的2倍=螺母数量．

**配套练习1** 一张方桌由一个桌面和四条桌脚组成，如果一立方米木材可制作方桌的桌面50个，或制作桌腿300条，现有5立方米木料，那么用多少木料做桌面，用多少木料做桌腿，恰好配成方桌多少张？

【思路分析】本题的等量关系为：做桌面的木料+做桌腿的木料=5；桌面数量×4=桌腿数量．

解：桌面用木料x立方米，桌腿用木料y立方米，则

 解得 

50x=150．

答：桌面3立方米，桌腿2立方米，方桌150张．

【总结提示】本题需注意第二个等量关系应该为：数量少的乘4才和数量多的相等．

**题型二 行程问题**

**例2**  甲乙二人都以不变的速度在400米长的环形跑道上跑步，如果同时同地出发，同向而行，则10分钟时甲追上乙；相向而行，则5分钟时甲乙相遇．求甲乙二人跑步的速度．若设甲的速度为米/分，乙的速度为米/分，则可列方程组（　　）

A． B．

C． D．

【思路分析】根据“同时同地出发，同向而行，则10分钟时甲追上乙；相向而行，则5分钟时甲乙相遇”这两个等量关系列出方程即可．

【解】解：设甲的速度为米/分，乙的速度为米/分，

根据题意得：，

故选：B．

【总结提示】本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组的知识，解题的关键是正确的找到题目中两个比较重要的等量关系．

**配套练习2** 甲、乙两人相距42千米，若相向而行，2小时相遇；若同向而行，乙14小时才能追上甲，求甲、乙两人的速度．

【思路分析】相向而行常用的等量关系为：甲走的路程+乙走的路程=甲乙相距的距离42千米，由于是乙追上甲，所以乙的速度较快．那么本题同向而行的等量关系为：乙走的路程=甲走的路程+甲乙相距的距离42千米．

【解】解：设甲每小时走千米，乙每小时走千米．

则， 解得．

答：甲每小时走9千米，乙每小时走12千米．

【总结提示】考查了二元一次方程组的应用，解题关键是弄清题意，找到合适的等量关系，列出方程组．本题需理解相向而行是相遇问题，同向而行是追及问题．

**题型三 工程问题**

**例3** 某工程队共有27人，每天每人可挖土4方，或运土5方，为使挖出的土及时运走，应分配挖土和运土的人分别是（　　）

A．12人，15人 B．14人，13人 C．15人，12人 D．13人，14人

【思路分析】用二元一次方程组解决问题的关键是找到2个合适的等量关系．本题中有2个定量：工程队的人数，沙的吨数，可根据定量找到两个等量关系：挖沙人数+运沙人数=27，4×挖沙人数=5×运沙人数．根据这两个等量关系可列出方程组．

【解】解：设分配挖沙人，运沙人，

则 ， 解得，

∴应分配挖沙15人，运沙12人．

故选C．

【总结提示】本题考查二元一次方程的应用，在做题时应先找到定量：工程队的人数，沙的吨数．根据定量找等量关系，列出方程组求解．在本题中挖出的沙及时运走的意思是：挖沙量=运沙量．

**配套练习3** 某市要进行市区内路面刷黑工程，有两个工程队轮流作业，甲工程队每天完成90米的路面，乙工程队每天完成110米的路面．甲、乙两个工程队共做10天，总共完成路面1000米刷黑工程，求甲、乙两个工程队各做了多少天？

【思路分析】首先设甲、乙两个工程队各做了天，天，根据题意可得等量关系：①甲工作的天数+乙工作的天数天；②甲工作天刷黑路面的长度+乙工作天刷黑路面的长度=1000米，根据等量关系，列出方程组，再解即可．

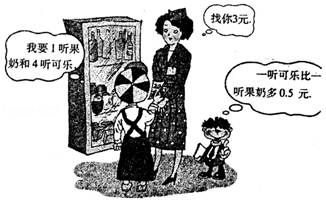
【解】解：设甲、乙两个工程队各做了天，天，由题意得：

， 解得：，

答：甲、乙两个工程队各做了5天，5天．

【总结提示】此题主要考查了二元一次方程组的应用，关键是正确理解题意，根据题目中的关键语句，找出等量关系，列出方程组．

**题型四 销售、利润和储蓄问题**

**例4** 如图所示，小刚手拿20元钱正在和售货员对话，请你仔细看图，1听果奶、1听可乐的单价分别是（　　）

A．3元，3.5元 B．3.5元，3元 C．4元，4.5元 D．4.5元，4元

【思路分析】设1听果奶为 元，1听可乐y元，由题意可得等量关系：①1听果奶的费用+4听可乐的费用=17元，②1听可乐的费用﹣1听果奶的费用=0.5元，根据等量关系列出方程组，再解即可．

【解】解：设1听果奶为元，1听可乐元，由题意得：

， 解得：，

故选：A．

【总结提示】此题主要考查了二元一次方程组的应用，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系，设出未知数，列出方程组．

**配套练习4** 某老师准备在期末对学生进行奖励，到文具店买了20本练习簿和30支铅笔，共花了16元，现在知道练习簿比铅笔贵3角．求练习簿和铅笔的单价？

【思路分析】可以设练习簿和铅笔单价分别为元、元，根据练习簿比铅笔贵3角可得一个关于、的一个方程，再根据两种共花了16元可得到第二个方程，求方程组的解即可．

【解】解：设练习簿和铅笔单价分别为元、元，根据题意得：

， 解得：．

答：练习簿单价为0.5元，铅笔单价为0.2元．

【总结提示】本题考查了二元一次方程组的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程组，再求解．

**题型五 周长面积问题**

**例5** 若一个长方形周长是46cm，若宽的3倍比长多5cm，求长方形的长和宽各是多少厘米？

【思路分析】设长方形的长是cm，宽是cm，根据周长=（长+宽）×2和宽的3倍比长多5cm列出方程，求出方程的解即可．

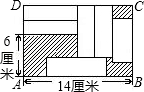
【解】解：设长方形的长是cm，宽是cm，根据题意得：

 ， 解得： ，

答：长方形的长是16cm，宽是7cm．

【总结提示】此题考查了二元一次方程组的应用，解答此题的关键是找准对应量，找出数量关系，根据数量关系，列出方程，用到的知识点是长方形的周长公式．

**配套练习5** 在矩形ABCD中，放入六个形状、大小相同的长方形，所标尺寸如图所示．试求图中阴影部分的总面积（写出分步求解的简明过程）



【思路分析】设长方形的长和宽为未数，根据图示可得到关于、的两个方程，可求得解，从而可得到大长方形的面积，再根据阴影部分的面积=大长方形的面积﹣6个小长方形的面积求解即可．

【解】解：设小长方形的长为，宽为，如图可知，

，① ，即，②

得方程组：

①﹣②得，，代入②得，

因此，大矩形ABCD的宽．

矩形ABCD面积，

阴影部分总面积．

【总结提示】本题考查了二元一次方程的应用，以及学生对图表的阅读理解能力．解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程组，再求解．

**题型六 和差倍分问题**

**例6** 我国民间流传着许多趣味算题，他们多以顺口溜的形式表达，请大家看这样的一个数学问题：一群老头去赶集，半路买了一堆梨，一人一个多一梨，一人两个少二梨，请问君子知道否，几个老头几个梨？请你猜想一下：几个老头几个梨？（　　）

A．3个老头4个梨 B．4个老头3个梨 C．5个老头6个梨 D．7个老头8个梨

【思路分析】题意中涉及两个未知数：几个老头几个梨．

两组条件：一人一个多一梨，一人两个少二梨，可设两个未知数，列二元一次方程组解题．

【解】解：设有个老头，个梨，依题意

， 解得．

答：有3个老头，4个梨．

故选A．

【总结提示】本题考查了二元一次方程组在实际问题中运用，需要设两个未知数，再寻找建立方程组的两个等量关系．

**配套练习6** 游泳池中有一群小朋友，男孩戴蓝色游泳帽，女孩戴红色游泳帽，如果每位男孩看到蓝色与红色的游泳帽一样多，而每位女孩看到蓝色游泳帽比红色的多1倍，你知道男孩与女孩各有多少人吗？

【思路分析】利用每位男孩看到蓝色与红色的游泳帽一样多，而每位女孩看到蓝色游泳帽比红色的多1倍，进而分别得出等式求出即可．

【解】解：设男孩人，女孩有人，根据题意得出：

， 解得：．

答：男孩有4人，女孩有3人．

【总结提示】此题主要考查了二元一次方程组的应用，根据题意利用已知得出正确等量关系是解题关键

**其它问题：**

**（鸡兔同笼）**日军和狗：“一队日军一队狗，两队并成一队走；脑袋共有八十个，却有二百条腿走；请君仔细算一算，多少日军多少狗？”

【思路分析】设日军有人，狗有只．根据脑袋共有八十个，得方程；根据二百条腿走，得方程．联立解方程组即可．

【解】解：设日军有人，狗有只．

根据题意，得

， 解得 ．

所以日军有60人，狗有20只．

【总结提示】根据实际问题中的条件列方程组时，要注意抓住题目中的一些关键性词语，找出等量关系，列出方程组．

**（盈亏问题）**一张试卷只有25道选择题，做对一题得4分，做错1题倒扣1分，某学生做了全部试题共得70分，他做对了（　　）道题．

A．17 B．18 C．19 D．20

【思路分析】首先假设做对道题，做错道题．等量关系：①共25道选择题；②一共得70分．

【解】解：设做对了道，做错了道，

则， 解得．

即答对了19道．

故选：C．

【总结提示】此题主要考查了二元一次方程组的应用，解题关键是弄清题意，找到合适的等量关系．难点是设出相应的未知数．

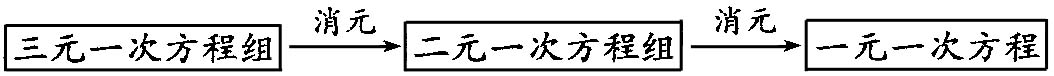
**知识点二 三元一次方程组**

**1.三元一次方程的定义**

含有三个未知数，并且含有未知数的项的次数都是1的整式方程．如， 等都是三元一次方程．

2.解三元一次方程组的基本思路

通过“代入”或“加减”消元，把“三元”化为“二元”．使解三元一次方程组转化为解二元一次方程组，进而转化为解一元一次方程．其思想方法是：



注：有些特殊的方程组可用特殊的消元法，解题时要根据各方程特点寻求其较简单的解法．

**例1** 解方程组： ．

【思路分析】先把三个方程相加得到，然后把它与三个方程分别相减即可得到、、的值，从而得到方程组的解．

【解】解：，

1. +②+③得，

所以， ④﹣①得， ④﹣②得 ， ④﹣③得，

所以方程组的解为．

【总结提示】本题考查了解三元一次方程组：利用加减消元或代入消元把解三元一次方程组的问题转化为解二元一次方程组．

**配套练习1** 解方程组：

（1）

【思路分析】（1）先利用①×2﹣②和①×3+③消去得到关于与的方程组，解此方程得，然后把和的值代入①可求出，从而得到原方程组的解；

【解】解：（1），

1. ×2﹣②得， ①×3+③得，

解由④⑤组成的方程组 得，

把，代入①得， 解得，

所以方程组的解为；

**三、课程总结**

**学霸秘籍：**

**四、家庭作业**

**作业1：**定制个性化习题15道

**作业2：**李老师发布的自定义习题